

参 考 文 献

- [1] Multi-dimensional Laser Processing Systems, proc. SPIE, 1986, 668:265-274
[2] Use of Lasers in Seam Welding of Engine Parts for Cars, proc. SPIE, 1986, 668:193-200
[3] 牛振亚, 石立深, 冯兆新, 快速轴流 CO₂ 激光器研究. 光学机械, 1991, (6): 26-31
[4] 周杰, 牛振亚, 千瓦级快速轴流 CO₂ 激光器设计参数研究. 光学精密工程, 1993, 1(3): 1-17

Compact 500 W Fast-Axial-Flow CO₂ Lasers

Shi Lishen, Zhu Youxin, Liu Jiayan, Li Yulan, Dong Yixin and Xu Min
(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

The compact 500 W fast-axial-flow CO₂ lasers is introduced. Emphasas are lasers structure design and lasers major function.

Key words: CO₂ lasers, Lasers heads, Electronic control systems

石立深 男, 1964 年出生, 硕士, 副研究员, 现从事大功率 CO₂ 激光器方面的研制工作。

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\hat{i}i') & \cos(\hat{i}j') & \cos(\hat{i}k') \\ \cos(\hat{j}i') & \cos(\hat{j}j') & \cos(\hat{j}k') \\ \cos(\hat{k}i') & \cos(\hat{k}j') & \cos(\hat{k}k') \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

$|R| = 1$ 时代表偶次反射, $|R| = -1$ 时代表奇次反射。作用矩阵 R 也代表了棱镜静态时的物象共轭关系, 即 $\alpha = 0$ 时 (1-1) 式 $S = E$ 代入 (1) 得

$$A' = A_m' |_{\alpha=0} = RA \quad (2)$$

棱镜位于会聚光路中时, 只需在 (1) 式的物像矢量中减去坐标原点的位移即可^[2], 此处不赘述。

以下为线性变换中两个常用到的公式:

$$B = RB_o \quad (3)$$

$$SR = RS_o \quad (4)$$

式中: B 和 B_o 分别为同一矢量在物、像坐标系下的两种形式; S 和 S_o 分别为同一旋转矩阵在物、像坐标系下的两种形式。

2 棱镜的动态成像

2.1 大角度转动

由 (1) 式

$$A_m' = SRS^{-1}A = S(RS^{-1}R^{-1})(RA) = S[RS^{-1}(P, \alpha)R^{-1}](RA)$$

将 α 表示为像坐标系 ($o'x'y'z'$) 中的量, 则 $\alpha = \pm \alpha_o'$, “+”号时, 像系为右手系, 对应棱镜为偶次反射, “-”号时, 像系为左手系, 对应奇次反射。再根据 (2)(3) 式可得 $P = P_o'$ 代入上式得

$$A_m' = S[RS^{-1}(P_o', \pm \alpha_o')R^{-1}]A'$$

利用 (4) 式

$$A_m' = SS^{-1}(P', \pm \alpha)A' = S(P, \alpha)S[P', -(-)\alpha]A' \quad (5)$$

该式清楚地表明了棱镜作定轴转动时像的运动可等效为, 先绕 P 轴的像方向 P' 转干 α , 之后再绕 P 轴转 α 角。对于非定轴转动的情况, 可将运动后的最终位置等效归结为绕某定轴转动的结果, 则处理方法即可同上。通常矩阵乘积的秩序不能变, 这也说明了大角度转动时转轴 P 与 P' 不具有矢量迭加性。(5) 式即为棱镜大角度转动定理的形式, t 为棱镜的反射次数。

2.2 微量转动

将 (1-1) 代入 (5) 式, 因微量转动时 α 角很小, $\sin \alpha \approx \alpha$, $1 - \cos \alpha \approx 0$, 则像的运动位移为:

$$\begin{aligned} \Delta A' &= A'_m = A_m' |_{\alpha=0} \\ &= (E + \alpha p)[E - (-1)^t p']A' - EA' \\ &= \alpha[p - (-1)^t p']A' \\ &= \alpha[p - (-1)^t P'] \times A' \\ &= \alpha[p - (-1)^t R p] \times A' \\ &= \alpha[E - (-1)^t R]p \times A' \end{aligned} \quad (6)$$

$$= \mu' \times A'$$

$$\mu' = \alpha[P - (-1)'P'] \quad (7-1)$$

$$= \alpha(E - (-1)'R)P \quad (7-2)$$

称为微量转角矢量,表示像的转动方向和转角大小。该式亦称为棱镜微量转动定理。

具体计算棱镜微量转动时,某方向物矢量 A 的像的运动用下式较为方便

$$\Delta A' = \mu A = \mu' A' \quad (7-3)$$

$$\mu = \alpha(pR - Rp); \quad \mu' = \alpha(p - RpR^{-1}) \quad (7-4)$$

该式可由(1)式,(1-1)式略 α^2 项推得, μ, μ' 称为偏转矩阵。

3 棱镜运动的空间特征

棱镜运动时所成的像也运动,且绕不同的转轴运动,像的运动也不同。但不论棱镜的具体结构形式怎样,有二个大角度方向是特别具有标志性的。一是特征方向,一个是最大值轴向。棱镜绕其它方向运动时,像的运动状态都介乎于其间。

3.1 特征方向 T

棱镜转动像不动所对应的转轴方向 T 称为特征方向。 T 即为(7-2)式为零时所对应的 P 向:

$$\begin{aligned} (E - (-1)'R)T &= 0 \\ (R - (-1)'E)T &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

由线性代数知,(8)式刚好为矩阵 R 对应于特征值 $\lambda = (-1)'$ 的特征方程,则求 T 归结为求 R 的特性向量。

T 虽然由微量转角矢量导出,然而它对应棱镜的一个大角度转动方向。这可由(5)式来说明:

令 $A_m = A'$ 则

$$\begin{aligned} S(p, \alpha)S[P', -(-1)'a] &= E \\ \Rightarrow \alpha P - (-1)'aP' &= 0 \\ \Rightarrow \alpha[P - (-1)'P'] &= 0 \\ \Rightarrow \alpha[P - (-1)'P'] &= u \\ \Rightarrow (R - (-1)'aE)T &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

3.2 最大值轴向 T_M

这也是棱镜的一个大角度方向,绕该方向转动时像的偏转比其它方向造成的偏转都大,为 2α 角。由(5)式可见,像的运动为绕 P' 轴和 P 的两次定轴转动的合成,两次旋转的转角值相同,若转轴方向也一致,则像的运动最大,为 $S(p, 2\alpha)$, 于是推出

$$\begin{aligned} S(p, \alpha)S[P', -(-1)'a] &= S(p, 2\alpha) \\ \Rightarrow \alpha P - (-1)'aP' &= 2\alpha P \\ \Rightarrow \alpha(P - (-1)'^{+1}P') &= 0 \\ \Rightarrow P - (-1)'^{+1}P' &= 0 \\ \Rightarrow P - (-1)'^{+1}RP &= [E - (-1)'^{+1}R]P \end{aligned}$$

令 $P = T_m$ 则

$$[R - (-1)^{i+1}E]T_m = 0 \quad (10)$$

可见, T_m 为 R 的特征方程对应特征值 $\lambda = (-1)^{i+1}$ 的特征向量。

一般来说 T 对所有棱镜都存在且唯一(除 $R = \pm E$ 的两种棱镜外, 这时空间任意方向都为特征方向), 而 T_m 并非所有棱镜都存在, 但如果 T_m 存在, 则以 T 为法线平面内任意向量都为 T_m 方向。下面证明:

由于 T 与 T_m 为对应不同特征值的特征向量, 由线性代数知, T 必与 T_m 垂直。棱镜作用矩阵 R 为坐标基底转换矩阵(见 1-3 式), 为正交矩阵。正交矩阵总可以通过相似变换化为标准形, 三阶正交矩阵标准形共六种:

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$(6) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

对角线上的元素对应 R 的特征值, (5)、(6) 的方阵由一对复共轭特征值 λ_1, λ_2 决定。现分别讨论:

a) 设 R 与 (1)(2) 相似。对于 (1), $\lambda = 1$ 三重根, $|R| = 1$ 为偶次反射, 最大值轴向对应 $\lambda = (-1)^{i+1} = -1$, 无解, 故不存在最大值轴向, 对于 (2) 讨论方法与上同样也无最大值轴向。由于对应特征方向存在三重特征根, 由线性代数理论知, 特征方向为空间任意方向。这样的棱镜如角镜、斜方棱镜等。

b) R 与 (3)(4) 相似时, 同时存在 $\lambda = \pm 1$ 的特征值, 其中有一个双重根, 由 (8) 式和 (10) 式可发现, 单根的对特征方向, 二重根的对最大值轴向。对应 λ 的二重根特征方向的解向量有二组, 则最大值轴向为这两组解向量的线性组合, 故最大值轴向在这两组解向量所决定的平面内, 反过来说该平面内的任意向量都为最大值轴向。因 $T \perp T_m$, 故 T 为该平面的法线方向。

c) R 与 (5)(6) 相似时, 在实数范围内只存在唯一的特征值, 由 (8) 式知该特征值对应特征方向。

T 和 T_m 是棱镜仅有的两个大角度转动方向。通常大角度时 αP 不是矢量, 然而在这两种情况下却可对 αP 与 $\alpha P'$ 进行矢量叠加。其根本原因在于这时 $P \parallel P'$, 于是分别绕这两个轴的旋转就归结为绕一个轴的转动。

3.3 极值轴向, 沿某轴像偏转极值

最大值轴向 T_m 并非所有棱镜都存在。然而微量转动时, 像沿某一特定方向偏转所对应棱镜转动的极值轴向总是存在的。设作用矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

代入 (7-2) 式, 为讨论方便取 R 为奇次反射(偶次反射结论同), 则:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} (1 + \alpha_{11})p_x + \alpha_{12}p_y + \alpha_{13}p_z \\ \alpha_{21}p_x + (1 + \alpha_{22})p_y + \alpha_{23}p_z \\ \alpha_{31}p_x + \alpha_{32}p_y + (1 + \alpha_{33})p_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

将 μ 向任意方向 G 投影

$$G = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \\ \cos\gamma \end{bmatrix}$$

则得当棱镜绕 P 轴转动时,绕 G 向的像偏转值为

$$\mu_G = [\mu \cdot G] = \mu_x \cos\alpha + \mu_y \cos\beta + \mu_z \cos\gamma \quad (12)$$

式中 $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ 为 G 的方向余弦, μ_x, μ_y, μ_z 为 G 分别取 i, j, k 时所对应的像偏转值, 分别称为绕 X 轴、 Y 轴和 Z 轴的像偏转。当选定 G 向后, 对应棱镜不同的转向 P , 像偏转 μ_G 的值不同。对应 μ_G 取极大值的 P 向称为棱镜的极值轴向 P_m , μ_G 的极大值称为像偏转极值 μ_m 。规定: 当 G 分别取 i, j, k 向时对应的 P_m 分别用 u, v, ω 表示, 对应产生的 μ_m 分别用 $\mu_{xm}, \mu_{ym}, \mu_{zm}$ 表示。

将(12)式 μ_G 视为 P_x, P_y, P_z 为变量的标量场, 求其梯度。由梯度的意义知, 它刚好描述了标量场变化最大的数值和方向。于是有:

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{\Delta\mu_G}{|\Delta\mu_G|} \\ &= \frac{1}{|\Delta\mu_G|} [\Delta\mu_x \cos\alpha + \Delta\mu_y \cos\beta + \Delta\mu_z \cos\gamma +] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha}{|\Delta\mu_G|} (i, j, k) \begin{bmatrix} (1 + \alpha_{11})\cos\alpha + \alpha_{21}\cos\beta + \alpha_{31}\cos\gamma \\ \alpha_{12}\cos\alpha + (1 + \alpha_{22})\cos\beta + \alpha_{32}\cos\gamma \\ \alpha_{13}\cos\alpha + \alpha_{23}\cos\beta + (1 + \alpha_{33})\cos\gamma \end{bmatrix} \\ \mu_m &= |\Delta\mu_G| \end{aligned} \quad (14)$$

当 G 取 i, j, k 向时由上两式得

$$\begin{cases} u = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \alpha_{11})}} [(1 + \alpha_{11})i + \alpha_{12}j + \alpha_{13}k] \\ v = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \alpha_{22})}} [(\alpha_{21})i + (1 + \alpha_{22})j + \alpha_{23}k] \\ \omega = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \alpha_{33})}} [\alpha_{31})i + \alpha_{32}j + (1 + \alpha_{33})k] \end{cases} \quad (13-1)$$

$$\begin{cases} \mu_{xm} = \alpha \sqrt{2(1 + \alpha_{11})} \\ \mu_{ym} = \alpha \sqrt{2(1 + \alpha_{22})} \\ \mu_{zm} = \alpha \sqrt{2(1 + \alpha_{33})} \end{cases} \quad (14-1)$$

设转轴 P 与 u, v, ω 的夹角为 $\psi_u, \psi_v, \psi_\omega$, 因为

$$(u \cdot P) = \cos\psi_u$$

$$\begin{aligned} (u \cdot P) &= \frac{1}{\sqrt{2(1 + \alpha_{11})}} [(1 + \alpha_{11})i + \alpha_{12}j + \alpha_{13}k] [P_x i + P_y j + P_z k] \\ &= \frac{\alpha}{\alpha \sqrt{2(1 + \alpha_{11})}} [(1 + \alpha_{11})P_x + \alpha_{12}P_y + \alpha_{13}P_z] \end{aligned}$$

$$\cos\psi_\mu = \frac{\mu_x}{\mu_M}$$

对 ψ_ν 、 ψ_ω 亦有同样关系, 则

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xm} \cos\psi_\mu \\ \mu_{ym} \cos\psi_\nu \\ \mu_{zm} \cos\psi_\omega \end{bmatrix} \quad (15)$$

同理, 设 P 与 P_m 的夹角为 ψ_G , 则有(证明略):

$$\mu_g = \mu_{Gm} \cos\psi_G \quad (16)$$

将(13)式中 P_m 与 T 作内积, 再根据(8)式可得:

$$(P_m \cdot T) = 0 \quad (17)$$

从而得: $P_m \perp T$ 由此推出 $u \perp T, \nu \perp T, \omega \perp T$ 。这说明像偏转极值轴向亦在以特征方向 T 为法线的平面内。

4 结 论

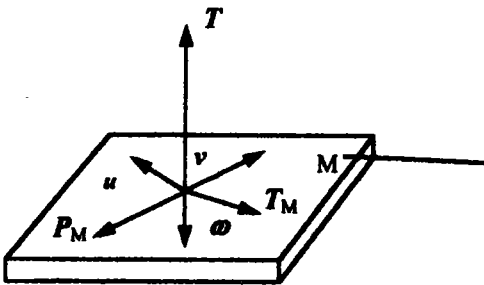
(1) 特征方向 T 和极大值平面内的任意方向为棱镜仅有的两个大角度方向。棱镜绕 T 任意转动时像不转动, 绕 T_m 转动 α 角像转 2α 角。

(2) $R = \pm E$ 的棱镜空间任一方向都为特征方向。除此而外的棱镜仅有唯一的特征方向。

(3) 只有作用矩阵同时存在 $\lambda = \pm 1$ 特征值的棱镜才有最大值轴向 T_m 。特征值的单根对应 T , 重根对应 T_m , 且垂直于特征方向平面内的任意方向都为最大值轴向。

(4) 棱镜所成的像绕空间任意方向 G 转动存在极值, 该极值所对应的方向为极值轴向, 极值轴向亦在 T 为法线的平面内, 且当此棱镜存在最大值轴向时, 对应的像偏转极值亦取最大值 2α 角。

棱镜的各种特征转轴空间位置关系见下图, 即, P_M, T_M, u, ν, ω 都在 M 面内, T 为 M 法线。



extreme value plane, it becomes maximize value plane when $\lambda = \pm 1$.

(5) 棱镜转轴不在 M 面内时像的转动量都小于 M 面内转轴的情况。

(6) 棱镜像运动的一般情况可由下式计算

a. 通式:

$$A_m' = SRS^{-1}A = S(P, \alpha)S[P', -(-1)'\alpha]$$

b. 微量转动:

$$u' = \alpha[P - (-1)'\alpha]$$

$$\begin{aligned}
 &= \alpha[E - (-1)'R]P \\
 &= \begin{bmatrix} \mu_{zM} \cos \psi_a \\ \mu_{yM} \cos \psi_b \\ \mu_{zM} \cos \psi_c \end{bmatrix} \\
 \mu' &= \alpha[P - RPR^{-1}] \\
 \mu &= \alpha[PR - RP]
 \end{aligned}$$

c. 极值轴向

$$\begin{aligned}
 \mu_G &= (u \cdot G) = \mu_x \cos \alpha + \mu_y \cos \beta + \mu_z \cos \gamma \\
 P_m &= \Delta \mu_G / |\Delta \mu_G| \\
 \mu_M &= |\Delta \mu_G|
 \end{aligned}$$

(7) 棱镜用于会聚光路中时, 只须将像坐标原点位移加入到前面的结果中即可。

参 考 文 献

- [1] 汤自义, 须辉辉, 王志坚, 反射棱镜. 国防工业出版社, 1981
 [2] Zheng Jianping, Wang Zhijian, Broad Optical Stabilizing Image. proc. SPIE, 1994, 2321;

On Prism Characteristics of Dynamic Image

Ma Jun

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics
 Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

In this article, the main attentions are paid theirically to carry out analysing and researching for dynamic image forming on reflective prism. Further deduce several important forms of image moveing while the prism is rotating. On the basis of this carry out comprehensive researchment and description for dynamic characteristics and structure of prism so that the researchment is more simply, systemly, derextly and comprehensively.

Key words: Action matrix, Prism, Image deflection, Particular direction

马 军 男, 1960年生, 1983年7月毕业于长春光学精密机械学院光学仪器专业。1983年来所从事光谱仪器的总体设计, 光学仪器的结构设计及测试标定。参与完成的课题有: “机载红外辐射计”、“近场扫描光学隧道显微镜”、“CCD成像系统靶标”、“长焦距、大口径真空平行光管”。现正在从事的工作有: “透过率测定仪”、“非球面检测系统”。